

• الطاقة الحركية لـ S : مقدار عددي موجب

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

وبالتالي :

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \cdot v_i^2$$

• الزخم الحركي لـ S بالنسبة لـ O : مقدار

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{OA}_i \wedge m_i \cdot \vec{v}_i$$

وبالتالي :

$$\vec{p}_O = \sum_{i=1}^n (\vec{OA}_i \wedge m_i \cdot \vec{v}_i)$$

• ملاحظة : سرعة مركز كتلة S هي

• في جسم الصلب لحساب المقادير الحركية

السابقة فكل المجموع \sum أي تكامل \int

متوزع على طول منطقة التكامل هي

الجسم أو أجزائه

• كمية الحركة الحركية في ميكانيك (٢٤)

تعاريف

• لنفكر A نقطة كتلتها m وسرعتها

\vec{v} في فضاء ثابت نظامي $OXYZ$ عندها

• كمية الحركة هي متجه $m\vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OA}}{dt}$$

ويرز لها \vec{p} وبتلك نكتب

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

• الطاقة الحركية : مقدار عددي موجب

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

أن نكتب

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

• الزخم الحركي بالنسبة لـ O : مقدار اتجاهي

$$\vec{p}_O = \vec{OA} \wedge m\vec{v}$$

وبذلك نكتب :

$$\vec{p}_O = \vec{OA} \wedge m\vec{v}$$

(٢٥) لنفكر S جسم صلب S حجمه V ونفكر فيه

وسرعة \vec{v} فيكون :

• كمية الحركة للجسم : هي متجه $\int_S \vec{v} dm$

$$\vec{p} = \int_S \vec{v} dm$$

• الطاقة الحركية للجسم S : مقدار عددي

موجب ويكون

$$T = \frac{1}{2} \int_S v^2 dm$$

• الزخم الحركي للجسم S هو \vec{p} مركز الدوران O :

مقدار اتجاهي ويكون :

$$\vec{p}_O = \int_S (\vec{OA} \wedge \vec{v}) dm$$

(٢٦) لنفكر S مجموعة مادية متصلة A نقاطها

تلك m_i كتل نقاطها وسرعاتها \vec{v}_i

في فضاء ثابت نظامي $OXYZ$ عندها

• كمية الحركة لـ S : هي متجه $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$

$$\vec{v}_i = \frac{d\vec{OA}_i}{dt}$$

و n عدد نقاط هذه المجموعة و $i = 1, 2, \dots, n$

وبالتالي نكتب

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^n \left(m_i \frac{d}{dt} \vec{OC} + m_i \frac{d}{dt} \vec{CA}_i \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{OC}}{dt} + \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{CA}_i}{dt} \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \cdot \vec{OC}) + \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \cdot \vec{CA}_i) \\
 &= \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \frac{d\vec{OC}}{dt} + \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{CA}_i
 \end{aligned}$$

$$\sum m_i \cdot \vec{OA}_i = (\sum m_i) \vec{OC}$$

$$\sum m_i \cdot \vec{CA}_i = (\sum m_i) \vec{CC} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \vec{P} &= \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{V}(C/O) + \frac{d}{dt} \cdot 0 \\
 \vec{P} &= M \cdot \vec{V}(C/O)
 \end{aligned}$$

③ طاقة الحركة:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \cdot V_i^2$$

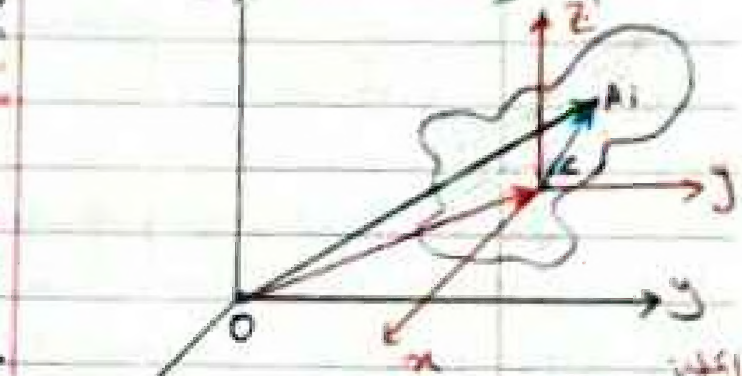
$$= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \left(\frac{d\vec{OA}_i}{dt} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{d\vec{OA}_i}{dt} \right)^2$$

وبعد جدال بسيطة:

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \left[\frac{d}{dt} (\vec{OC} + \vec{CA}_i) \right]^2$$

ملاحظة لم يكن لدينا مجموعة مادية مركبة
 C مركزها نقط A_i كتلتها m_i
 وسرعتها \vec{V}_i باعتبار $Oxyz$
 نقطة مقاربة مسوية إلى المجموعة
 نريد علامة كمية الحركة والطاقة الحركية
 حالتم المركزي لهذه المجموعة



① كمية الحركة:

إن كمية الحركة لهذه المجموعة هي
 $\vec{P} = \sum m_i \vec{V}_i$

$$\vec{V}_i = \frac{d\vec{OA}_i}{dt}$$

$$\vec{OA}_i = \vec{OC} + \vec{CA}_i$$

$$\Rightarrow \vec{V}_i = \vec{V}(C/O) + \vec{V}(A_i/C)$$

حيث C هي إختصار $Oxyz$
 التي فيه $Oz // Cz, Ox // Cx, Oy // Cy$
 و O إختصار $Oxyz$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{OA}_i}{dt}$$

$$= \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{d\vec{OC}}{dt} + \frac{d\vec{CA}_i}{dt} \right)$$

حيث \vec{r}_i هو متجه الموضع من مركز الكتلة G إلى مركز الكتلة i .
 ومن ذلك يمكن حساب الطاقة الحركية ومدة
 التوازن: ① المتجه \vec{r}_i ، ② السرعة \vec{v}_i ، ③ القوة \vec{F}_i .

⑤ الموضع الحركي

لتحديد كمية الحركة من الموضع الحركي

$$\vec{L}_G(S) = \sum_{i=1}^n \vec{OC} \wedge m_i \cdot \vec{v}_i$$

$$= \sum_{i=1}^n \left\{ [\vec{OC} + \vec{CA}_i] \wedge m_i [\vec{V}_G(C) + \vec{V}_{A_i/C}] \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^n \left[\vec{OC} \wedge m_i \vec{V}_G(C) + \vec{OC} \wedge m_i \vec{V}_{A_i/C} + \vec{CA}_i \wedge m_i \vec{V}_G(C) + \vec{CA}_i \wedge m_i \vec{V}_{A_i/C} \right]$$

$$= \sum_{i=1}^n [\vec{OC} \wedge m_i \vec{V}_G(C)] + \sum_{i=1}^n [\vec{OC} \wedge m_i \vec{V}_{A_i/C}]$$

$$+ \sum_{i=1}^n [\vec{CA}_i \wedge m_i \vec{V}_G(C)] + \sum_{i=1}^n [\vec{CA}_i \wedge m_i \vec{V}_{A_i/C}]$$

$$\Rightarrow \vec{L}_G(S) = \vec{OC} \wedge \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{V}_G(C)$$

$$+ \vec{OC} \wedge \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{V}_{A_i/C}$$

$$+ \left(\sum_{i=1}^n m_i \vec{CA}_i \right) \wedge \vec{V}_G(C)$$

$$= \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{CC} = 0$$

$$+ \sum_{i=1}^n (\vec{CA}_i \wedge m_i \cdot \vec{V}_{A_i/C})$$

من تعريف الزخم الحركي للجزء من المادة المنسوبة إلى نقطة G فإن

ALAZIZ

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{d\vec{r}_i}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\vec{CA}_i}{dt} \right)^2 + 2 \frac{d\vec{r}_i}{dt} \cdot \frac{d\vec{CA}_i}{dt} \right]$$

$$= \frac{1}{2} m_i \sum_{i=1}^n \left[\vec{V}_{G(C)}^2 + \vec{V}_{A_i/C}^2 + 2 \vec{V}_{G(C)} \cdot \frac{d\vec{CA}_i}{dt} \right]$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_G^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_{A_i/C}^2$$

$$+ \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_{G(C)} \cdot \frac{d\vec{CA}_i}{dt}$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_{G(C)}^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{V}_{G(C)}^2 = T_G(C)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_{A_i/C}^2 = T_C(S)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_{G(C)} \cdot \frac{d\vec{CA}_i}{dt} = \vec{V}_G(C) \cdot \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{CA}_i}{dt}$$

$$= \vec{V}_G(C) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \cdot \vec{CA}_i)$$

$$= \vec{V}_G(C) \cdot \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n (m_i \cdot \vec{CA}_i)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{CA}_i = \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{CC} = 0$$

$$T_0(S) = T_0(C) + T_C(S)$$

نفس النظرية كونيغ في الطاقة الحركية

نفس النظرية كونيغ في الطاقة الحركية

$$\Rightarrow \vec{L}_0 = \vec{L}_0(t) + \vec{L}_c(t)$$

وتسمى علامة كوتشيك الثانية في
الرمز الخرجي

هنا \vec{L}_0 عزم كمية الحركة لمركز الكتلة C
هنا \vec{L}_c

و $\vec{L}_c(t)$ عزم كمية الحركة للمجدة (S)
النسبة إلى مركزها C

انتهت المحاضرة الأولى

في
القصير

توازي المحاور الثلاثة:

• لنفكر A نقطة مادية سرعتها \vec{v} وكتلتها m عند

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad ; \quad \vec{v} = \frac{d\vec{OA}_i}{dt}$$

• $T = \frac{1}{2} m v^2$

• $\vec{L}_0 = \vec{OA}_i \wedge m \vec{v}$

• إذا كانت مجموعة نقاط مادية أصغر تقاطعها A_i عند

• $\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i \quad ; \quad \vec{v}_i = \frac{d\vec{OA}_i}{dt}$

• $T = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$

• $\vec{L}_0(t) = \sum (\vec{OA}_i \wedge m_i \vec{v}_i)$

• إذا كان S صلب صلب عند

$\vec{p} = \int \vec{v} dm$

$T = \int \frac{1}{2} v^2 dm$

$\vec{L}_0 = \int (\vec{OA}_i \wedge \vec{v}) dm$

• إذا كان لدينا مجلة تقاطعها S مركزها C عند

$\vec{p} = (\sum m_i) \vec{v}_{C(t)} = M \vec{v}_{C(t)}$

$T = T_{C(t)} + T_{S(t)}$ كوتشيك الشوكات

$\vec{L}_0 = \vec{L}_C + \vec{L}_S$ كوتشيك الثانية

$\sum m_i (\vec{CA}_i) = \sum m_i \vec{r}_i = 0$ مبرهن